

منطق الجرائني في التحليل والتركيب

(٢٩٦ هـ / ٩٠٨ م - ٣٣٥ هـ / ٩٤٦ م)

الدكتور ياسين خليل

كلية الاداب - جامعة بغداد

١- ان مساهمات العلماء والفلاسفة العرب في مختلف العلوم والفلسفة كثيرة ومتشعبة ، وان الدراسات الحديثة قد تناولت بعض الواجه من الانجازات الفكرية والفلسفية والعلمية ، والنظرية والتطبيقية ، لثراث العرب . وغالباً ما كانت الأحكام حول هذه الانجازات يعوزها الدليل وتطغى عليها روح العاطفة في حالة الاعتزاز بالتراث^(١) . وعلى الطرف الآخر نجد عدداً من رجال الاستشراق ومن سار في ركابهم يركزون اهتمامهم في اغلب الاحيان على دراسة التراث العربي من زاوية تاريخية بحتة تسعى الى رده بكل الوسائل الى جذور يونانية او فارسية او هندية ، ولم يشذ عن هذه القاعدة الا نفر قليل من العلماء^(٢) ، فاذا بالاحكام العامة

(١) لا توجد اكثر اساءة الى التراث من ادعاء باطل يحاول ان يبرهن بالتحيز والتعصب او بالكلمات فقط ، بان تراثنا العلمي العربي احتوى كل شيء ، وان كل انجاز حديث لا بد ان يرد الى الماضي العربي . ان الدراسة الموضوعية بالنقد والتحليل هي الاسلوب الأمثل في تقصي الحقائق وبيان فضل علماء الأمة العربية وفلاسفتها على الحضارة الانسانية.

(٢) ان التحيز 'الاوربي' والمعداء الذي اثارته الحروب ضد العرب على مدى القرون ، والاعتزاز الفائق =

التي طرحتها الغالبية منهم لا تهدف غير البرهان على عجز العرب في الابتكار والانجاز الاصيل .

والموضوع الذي اخترت الكتابة فيه من الموضوعات التي اصابها الاهمال ، فأردت ان اكشف عن جوانبه المختلفة ، وما انجزه العلماء العرب في موضوع اشتهر فيه غيرهم من فلاسفة الغرب على الرغم من ان جميع الآثار العلمية تشير الى حقيقة لا مجال الى انكارها ، وهي اسبقية العلماء العرب على غيرهم في هذا الميدان من الناحيتين الزمنية والفكرية .

لقد اخترت الكتابة في « منطق التحليل والتركيب » لاسباب عديدة اورد ابرزها على هيئة نقاط رئيسة : -

أولاً : لم تتناول الدراسات الحديثة للتراث العالمي العربي هذا الموضوع بالدراسة والتحليل ، وان المقالات التي خلفها العلماء والفلاسفة العرب في هذا الميدان لم ينشر منها الا التزر اليسير ، ولم تجر دراسة تحليلية جادة لما تم نشره في ضوء التطور الفكري والفلسفي المعاصر^(٣) .

عن الحد بالتراث اليوناني على اساس انه يمثل انجازاً اوروبياً كبيراً ، قد اساء الى فهم التراث العلمي العربي ، وقد تركزت جهود عدد كبير من المستشرقين الاوربيين على البرهان بوسائل غير علمية وغير دقيقة بان ما انجزته العقلية العربية ليس الا مجرد تكرار للتراث اليوناني ، وان ما عرف عند العرب من ابتكار مرده الى التراث اليوناني او الهندي او الفارسي او السرياني ، ولم يشذ عن هذه القاعدة الا نفر قليل من العلماء او المحققين الذين اظهروا ما للعرب من مكانة سامية وفضل في تقدم العلوم .

(٣) لقد اشار مترجم كتاب « البحث عن الحل How to solve it » لمؤلفه ج . بوليا G-Polya ، الاستاذ احمد سليم سعيدان في مقدمته بان مقالة الحراني « في طريق التحليل والتركيب » ما تزال تنتظر من يدرسها دراسة متقنة مقارنة ويطبعها طبعة علمية محققة ص ٢٤ - ٢٥ (بيروت ١٩٦٠) .

منطق الحراني في التحليل والتركيب

ثانياً : ان ما خلفه العرب في « التحليل والتركيب » يمثل خطوة كبيرة وواسعة نحو بناء المنطق الهورستيكي *Heuristic Logic* ، او منطق حل المسائل^(٤) ، وهو منطق اشتهر به عدد من فلاسفة اوروبا في العصر الحديث امثال رينه ديكارت *R. Descartes* (١٥٩٦ – ١٦٥٠) وجوتفريد فلهلم لايبنتز *G.W Leibniz* (١٦٤٦ – ١٧١٦) وليونارد بولتزانو *L- Bolzano* (١٧٨١ – ١٨٤٨) وغيرهم^(٥).

ثالثاً : لقد طمست البحوث والدراسات المنطقية المعاصرة ما خلفه العلماء العرب من انجاز وازدانة وابتكار في « التحليل والتركيب » ، بينما جرى التأكيد في كتب المنطق وتاريخه على دور غيرهم من العلماء امثال پاپوس *pappus* (القرن الرابع بعد الميلاد) من اليونانيين^(٦) ، وديكارت ولايبنتز من فلاسفة اوروبا المحدثين وغيرهم .

٢ – وحسبنا ونحن نتطلع الى دراسة هذا الموضوع ان نشير الى ابرز الشخصيات العلمية العربية التي ساهمت في رقد منطق التحليل والتركيب بالابتكار والانجاز

(٤) انظر مقالة « منطق الحل » للدكتور ياسين خليل المنشورة في مجلة « آفاق عربية » ، السنة الرابعة العدد ٦ ، شباط ١٩٧٩ ، بغداد .

(٥) من الصعب حصر جميع الذين ساهموا في تطوير منطق التحليل والتركيب ، ولكننا نستطيع القول ان كل عالم أقدم على حل مشكلة جديدة بأسلوب مبتكر لا بد ان يكون قد ساهم في التطوير ، فعلماء الرياضيات والمنطق والفيزياء وغيرهم انما يستخدمون طريق التحليل او التركيب في اعمالهم بالاضافة الى ما قد يضيفونه الى هذا المنطق من أشياء جديدة .

(٦) يعود الفضل الى تطور طريقة التحليل والتركيب الى جهود افلاطون في تحليل المعرفة عامة والعلم الرياضي خاصة ، الى جهود ارسطو المنطقية ، الى انجاز اقليدس الهندسي ، وابولونيوس وغيرهم ، وأخيراً وضع بابوس كتاباً عالج فيه التحليل والتركيب ، حيث يبدأ بتعريف التحليل والتركيب انظر :

Heath, Th- L, A History of Greek Mathematics Vol.2 pp : 399 – 401 [Oxford, 965]

الاصيل ، وذلك من خلال استقراء ما ذكرته بعض المصادر والمراجع العربية القديمة ، وان نبين قدر المستطاع ما اختلفت به بعض المؤلفات الرياضية من حيث صلتها بهذا المنطق .

تقع المصنفات العربية في التحليل والتركيب في مجموعتين : -

١- مجموعة المصنفات التي اختلفت بالبحث في طريقة التحليل والتركيب ، حيث طرحت مجموعة من الارشادات والتعليمات في كيفية حل المسائل الرياضية ، بالاضافة الى تثبيت عدة شروط لازمة للحل وقواعد عامة تجعل حل المسائل بطريقة التحليل او التركيب ممكناً وصائباً .

٢- مجموعة المصنفات الرياضية التي تشير الى التحليل او التركيب في حل المسائل المعروضة فيها ، ولا تخلو هذه المصنفات من الارشادات والتعليمات والشروط والقواعد الخاصة بكيفية حل المسائل بطريقة أفضل .

فمن مصنفات المجموعة الاولى نذكر كتاب ابراهيم بن سنان الحراني (٩٠٨-٩٤٦ م) الموسوم : « مقالة في طريق التحليل والتركيب »^(٧) ، وكتاب الحسن بن الهيثم (٩٦٥-١٠٣٨ م) الموسوم : « كتاب في التحليل والتركيب الهندسين على جهة التمثيل للمتعلمين »^(٨) ، ويختص هذا الكتاب بمسائل هندسية وعددية ، وقد بين كيفية حلها بطريقتي التحليل والتركيب .

ونذكر من مصنفات المجموعة الثانية مقالة لابراهيم بن سنان الحراني بعنوان

(٧) ابراهيم بن سنان الحراني : كتاب في حركات الشمس ص ٦٦ (حيدر آباد . الدكن ، ١٩٤٧) ذكرت هذه المقالة ضمن قائمة آثار الحراني العلمية ؛ الهندسية والفلكية في ذيل كتابه الآنف الذكر ، وقد ذكر جمال الدين القفطي هذه القائمة في كتابه « كتاب أخبار العلماء بأخبار الحكماء » ص ٤٣ .

(تصحیح محمد امين الخانجي بمقابله على النسخة المطبوعة في ليبسك ، ١٣٢٦ هـ) .

(٨) ابن ابي اصيبعة ؛ عيون الانباء في طبقات الاطباء ص ٥٥٥ (تحقيق د. نزار رضا ، دار مكتبة الحياة - بيروت ١٩٦٥) .

منطق الحراني في التحليل والتركيب

« مقالة فيها احدى واربعون مسألة هندسية من صعاب المسألة في الدوائر والخطوط والمثلثات والدوائر المتماسة وغير ذلك » ، سلك فيها طريق التحليل من غير ان يذكر تركيباً الا في ثلاث مسائل احتاج الى تركيبها^(٩) . ونذكر كتاب الحسن بن الهيثم الموسوم : « الكتاب الجامع في اصول الحساب » ، وهو كتاب يقول عنه ابن الهيثم : « استخرجت اصوله بجميع انواع الحساب من اوضاع اقليدس في اصول الهندسة والعدد ، وجعلت السلوك في استخراج المسائل الحسابية بجهتي التحليل الهندسي والتقدير العددي »^(١٠) . ونذكر كتاب ابي سهل القوهي (القرن العاشر الميلادي) الموسوم : « كتاب مراكز الدوائر على الخطوط من طريق التحليل دون التركيب » ، و « كتاب في الدوائر المتماسة عن طريق التحليل »^(١١) .

واذا ما القينا نظرة فاحصة على المعامات المتوفرة عن اهتمامات هذه المصنفات من خلال ما اورده كتب التراجم والمراجع العربية لظهرت امامنا عدة حقائق مهمة :

أ - إدراك علماء الرياضيات العرب لفضل معرفة الطريقة في حل المسائل الرياضية ، وضرورة التمييز بين طريقتي التحليل والتركيب ، وبيان قواعد وشروط وارشادات لحل المسائل بواسطة التحليل دون التركيب ، او التركيب دون التحليل ، وضرورة توافق طريقتي التحليل والتركيب .

ب - إدراك علماء الرياضيات العرب لضرورة بحث الطريقة ذاتها من حيث ما تقتضيه من قواعد وشروط وتوجيهات وارشادات لايجاد الحلول السليمة ، سواء كانت بطريقة التحليل او التركيب ،

(٩) ذكرها الحراني في « كتاب في حركات الشمس » ص ٦٨ ، وذكرها القفطي في كتابه السابق ذكره .
(١٠) ابن ابي اصيبعة : المصدر السابق ص ٥٥٤
(١١) ابن النديم : كتاب الفهرست ص ٣٤٢ (تحقيق رضا - تجدد ، طهران ١٩٧١)

وتقديم الأمثلة المختلفة بغية الابانة والتوضيح ، فيسهل على المتعلمين حل المسائل بسهولة .

ج- ادراك علماء الرياضيات العرب لاهمية طريقة التحليل والتركيب خارج نطاق علم الهندسة كذلك ، فنجد منهم من استخدمها في الحساب فضلاً عن استخدامها في الهندسة ، وقد اشار ابراهيم بن سنان الحراني الى استعمال طريق التحليل في سائر العلوم بقوله : « وإذا تأملت غرضهم فيه تأملاً شديداً وجدته يؤدي الى طريق التحليل الصحيح الذي يستعمل في سائر العلوم »^(١٢)

٣- وبعد هذه المقدمة لابد من استعراض لخطة البحث في هذا المقال ، لتعرف منذ البداية على جوانب الدراسة واطرافها ، وما ينبغي اثباته وبيان اصاله في مبحث التحليل والتركيب . ويمكن طرح خطة البحث على هيئة نقاط محدودة مشفوعة بايضاحات مبسطة قصد التعرف على كل نقطة من نقاط الخطة . وهذه النقاط هي :

1- ان نتعرف اولاً على مؤلف «مقالة في طريق التحليل والتركيب» ومؤلفاته في علم الهندسة والفلك ، وان نتلمس بعض الجوانب في هذه المقالة قصد معرفة مناهجها ، وما اعتمد المؤلف من مصنفات رياضية لعلماء الرياضيات الاوائل في انجاز المقالة .

2- موضوع بحث طريقتي التحليل والتركيب ، وفيه تتعين حدود البحث وما يتناوله ، وتبرز فيه بشكل واضح اهمية المسائل الهندسية ، بحيث يمكن القول بسهولة ، ان موضوع البحث يتركز حول ماهية المسألة وما تحتويه من عناصر بالاضافة التي انواعها المختلفة .

3- تحديد لطريقة التحليل عن طريق بيان ماهيتها وما تستوجبه

(١٢) ابراهيم بن سنان الحراني : مقالة في طريق التحليل والتركيب ص ٤٤
(حيدر آباد الدكن ، ١٩٤٧) .

من قواعد وشروط ، بحيث يصبح الامر ميسوراً امام الباحث لتتبع الطريقة عند الحل او التعرف عليها عند مواجهته لأي حل مطروح ، واكتشاف فيما اذا كان الحل مستوفياً لكافة الشروط او غير ذلك .

4- تحديد لطريقة التركيب من خلال تثبيت القاعدة الخاصة بالتركيب وما تستوجبه الطريقة من قواعد وشروط ، بحيث يصبح الامر ميسوراً امام الباحث لتتبع الطريقة عند اجراء الحل ، او التعرف عليها عند مواجهة المرء لأي حل مطروح ، واكتشاف فيما اذا كان الحل مستوفياً لكافة الشروط او غير ذلك .

5- الغاية التي تستهدفها طريقة التحليل والتركيب ، وذلك من خلال رسم الطريق الذي يحتاج اليه المتعلم في استخراج المسائل الهندسية بصورة مضبوطة ، وما يقع من الغايط في التحليل ، وما يجب اتباعه من قواعد وشروط وصولاً الى الحلول الصحيحة .

6- مقارنة بين منطق التحليل والتركيب للحراني ، ومنطق القياس لارسطو ، وسوف نختار للمقارنة مجموعة الملاحظات التي اوردها الحراني في مقالته ، بالاضافة الى بعض النقاط التي نراها ضرورية ، وما يترتب على ذلك من ايضاحات ضرورية .

7- استنتاجات عامة تشمل ما نحصل عليه من نتائج في البحث ، وما يترتب على هذه النتائج من توضيحات خاصة لدور منطق التحليل والتركيب في العلوم ، والآثار التي تركها هذا المنطق في فلسفات بعض الفلاسفة المرموقين في العصر الحديث .

8- يتركز موضوع بحثنا بالدرجة الاولى حول كتاب ابراهيم بن سنان الحراني الموسوم : «مقالة في طريق التحليل والتركيب» بقصد تحليله وادراك ما به

من جدة وازافة وابتكار . وحسبنا ان نبداً اولاً بالتعرف على مؤلف المقالة ، ثم استعراض بعض الجوانب الخاصة بمصنفاته العلمية ، ومصادر المقالة او الكتب والمصنفات التي افاد منها في تطوير منطق التحليل والتركيب ثانياً .

ذكرت كتب تراجم الاعلام العربية القديمة جانباً من سيرة حياة الحراني ومنزلته العلمية ومصنفاته في الرياضيات والفلك ، فقال عنه صاحب كتاب « الفهرست » ما نصه : « ابراهيم بن سنان ، ويكنى ابا اسحق بن ثابت ، وتوفي عن سن قليلة ، وكان فاضلاً في علم الهندسة مقدماً فيها . ولم يُرَ في زمانه اذكى منه ، وتوفي سنة وله من الكتب ؛ كتاب ما وجد من تفسيره للمقالة الاولى من المخروطات . كتاب اغراض المجسطي » (١٣) . وقد ذكر ابن ابي اصيبعة سنة مولد الحراني ووفاته ، ولم يذكر مؤلفاته ، فقال ما نصه : « ابو اسحق ابراهيم بن سنان بن ثابت بن قرة ، كان كاملاً في العلوم الحكيمة فاضلاً في الصناعة الطبية ، متقدماً في زمانه ، حسن الكتابة ، وافر الذكاء ، مولده في سنة ست وتسعين ومائتين . وكانت وفاته في يوم الأحد النصف من المحرم سنة خمس وثلاثين وثلثمائة ببغداد . وكانت العلة التي مات فيها ورم في كبده » (١٤) . وتوسع القفطي في ذكر مصنفات الحراني ، واسوف نورد جانباً مما نقله عن رسالة الحراني نفسه (١٥) ، فقال : « ابراهيم بن سنان بن ثابت ابن قرة الصابي الحراني يكنى ابا اسحق كان ذكياً عاقلاً فهماً عالماً بأنواع الحكمة ، والغالب عليه فن الهندسة ، وهو مقدم في ذلك ولم يُرَ اذكى منه وله مصنفات حسان في هذا الشأن ظفرت له برسالة في ذكر ما صنّفه ، فمن تصانيفه على ما حكى في أمر علم النجوم ثلاثة كتب اولها كتاب سماه كتاب الآلات الاظلال .. والثاني الذي بين فيه امر الرخامات كلها ثم عمل بعد ذلك كتاباً فيما كان

(١٣) ابن النديم : المصدر السابق ص ٣٣٢ .

(١٤) ابن ابي اصيبعة : المصدر السابق ص ٣٠٧ .

(١٥) المقصود هنا هو كتاب الحراني في حركات الشمس .

بطلميوس القلوذي استعمله على سبيل التساهل في استخراج اختلافات زحل والمريخ والمشتري وعمل في الهندسة ثلاث عشرة مقالة فيها إحدى عشرة مقالة في الدوائر المتماسية بين فيها على اي وجه تتماس الدوائر والخطوط التي تجوز على النقط وغير ذلك . وعمل بعد ذلك مقالة اخرى تنمة ثلاث عشرة مقالة فيها احدى واربعون مسألة هندسية من صعاب المسائل في الدوائر والخطوط والمثلثات والدوائر المتماسية وغير ذلك سلك فيها طريق التحليل من غير ان ذكر تركيباً الا في ثلاث مسائل احتاج الى تركيبها . وعمل مقالة ذكر فيها الوجه في استخراج المسائل الهندسية بالتحليل والتركيب وسائر الاعمال الواقعة في المسائل الهندسية . . . وعمل ايضاً مقالة لطيفة في رسم القطوع اثلاثة بين فيها كيف توجد نقط كثيرة بأي عدد شئنا تكون على اي قطع اردنا من قطوع المخروط « (١٦) » .

ولقد اغفل القفطي ذكر مصنفات اخرى ذكرها الحراني في الرسالة التي اشار اليها ، منها مقالة سماها « المسائل المختارة » التي قال عنها : « وسميت هذه المقالة المسائل المختارة الا اني لم اظهر هذه المقالة الثالثة عشرة لاشياء ، منها ان فيها مسائل استخراجها غيري وقد حكيت استخراجهم ثم استخرجتها واتفق ان طريقي في أكثرها اقرب واسهل ، فتخوفت ان يظن ان من استخرجها قبلي أردت مباهاة او يتبين الزيادة عليه وغير ذلك من أسباب يطول شرحها » (١٧) ، ومن الكتب الاخرى كتاب في مساحة القطع المكافئ . الذي قال عنه الحراني : « وعملت كتاباً في مساحة القطع المكافئ في مقالة مفردة وكان جدي استخراج مساحة هذا القطع فعرفني بعض اهل هذا العصر من المهندسين ان للماهاني (١٨) في

(١٦) جمال الدين القفطي : المصدر السابق ص ٤٢ .

(١٧) كتاب في حركات الشمس ص ٦٩ .

(١٨) الماهاني : هو ابو عبدالله محمد بن عيسى ، ولد ببغداد في القرن التاسع للميلاد ، ولم يتمكن من معرفة تاريخي ولادته ووفاته ، ويقول « سمث » انه من المحتمل انه توفي بين ٨٧٤ و ٨٨٤ م (انظر كتاب تراث العرب العلمي ص ١٧٧ لمؤلفه قدرى حافظ طوقان ، دار الشروق- بيروت).

ذلك عملاً اوقفني عليه اسهل من عمل جدي ، فلم احب ان يكون للماهاني عمل تقدم على عمل جدي ولا يوجد فينا من يزيد عليه فيما عمله ، وكان جدي استخرج ذلك في عشرين شكلاً ، وقدم له مقدمات عددية كثيرة من جملة العشرين شكلاً ويبين له امر مساحة القطع بطريق الخلف . وقدم ايضاً الماهاني مقدمات عددية لما بينه ثم برهن بطريق الخلف ما اراده في خمسة اشكال او ستة فيها طول ، فاستخرجت ذلك في ثلاثة اشكال هندسية لم اقدم لها مقدمة عددية ، وبينت مساحة القطع نفسه بطريق البرهان المستقيم ولم احتج الى طريق الخلف « (١٩) .

ويذكر من المحدثين خير الدين الزركلي في كتابه « الاعلام » ما نصه : « ابراهيم بن سنان بن ثابت بن قرة بن مروان بن ثابت ، ابو اسحق الحراني ثم البغدادي : مهندس طبيب من الصابئة . اصله من حران ومولده ووفاته ببغداد . من كتبه « زبدة الحكم » في الحكمة ، و « اغراض المجسطي » ، و « تفسير المقالة الاولى من المخروطات » ، و « الآت الظلال » و « رسالة في الاسطرلاب » ، و « مقالة في رسم القطوع الثلاثة » (٢٠) . ولم يذكر قدري حافظ طوقان اي كتاب او رسالة للحراني لم نذكرها فيما تقدم (٢١) .

ومن آثاره الهندسية والفلكية التي تم نشرها ست مقالات ، وقد تولت مطبعة جمعية دائرة المعارف العثمانية بحيدر آباد الدكن نشرها ، وهي على التوالي : —

رسالة في الاسطرلاب سنة ١٣٦٢ هـ / ١٩٤٣ م
مقالة في طريق التحليل والتركيب سنة ١٣٦٦ هـ / ١٩٤٧ م

(١٩) كتاب في حركات الشمس ص ٦٩ - ٧٠
(٢٠) خير الدين الزركلي : الاعلام : قاموس لأشهر الرجال والنساء من العرب والمستعربين والمستشرقين ص ٣٥ - ٣٦ (الجزء الاول ، الطبعة الثالثة - بيروت ١٩٦٩) .
(٢١) قدري حافظ طوقان : تراث العرب العلمي ص ٢٥٣ .

منطق الحراني في التحليل والتركيب

- كتاب في حركات الشمس . سنة ١٩٤٧/هـ ١٣٦٦ م
مقالة في رسم القطوع الثلاثة . سنة ١٩٤٣/هـ ١٣٦٢ م
كتاب مساحة قطع المخروط المكافئ . سنة ١٩٤٧/هـ ١٣٦٦ م
رسالة في الهندسة والنجوم . سنة ١٩٤٧/هـ ١٣٦٦ م

ان الذي يعنينا من آثاره المنشورة في هذا البحث مقالته في طريق التحليل والتركيب بقصد تحليلها والتعرف على ما فيها من انجاز علمي . ويبدو ان الحراني خصها بعناية فائقة ، خاصة بعد ان ادرك بوضوح اهمية التحليل والتركيب في حل المسائل الهندسية وما انطوت عليه مؤلفاته الرياضية السابقة من استخدام لطريق التحليل والتركيب في مجالات هندسية ورياضية متنوعة .

تقع المقالة في تسعين صفحة تقريباً من القطع المتوسط ، وهي محشوة بالاختطأ المطبعية وخالية من الفواصل بالاضافة الى ان تحقيقها لم يكن بالشكل الجيد ، فهي في الوقت نفسه خالية من مقدمة تكشف عن الدراسة والصعوبات والمخطوطات التي تم اعتمادها . وان القارئ يجد صعوبة بالغة وكبيرة في فهم المراد من فقراتها ناهيك عن الامثلة الهندسية فيها ، والشرح الذي جاهد المؤلف في اظهاره . وخلاصة القول ان هذه المقالة المهمة تحتاج الى تحقيق علمي دقيق ونشر جديد لتكون خير عون للباحثين في معرفة ما تنطوي عليه بشكل افضل ، مع بيان مكانة المقالة في تطور منطق التحليل والتركيب ، واثرها في الدراسات التي قامت بعدها . وعلى الرغم من تعدد الاختطأ والضعف الواضح في التحقيق ، فقد حاولت جاهداً ان اكشف عن الانجاز الضخم الذي ساهم به الحراني في التحليل والتركيب .

ويمكن التعرف على مصادر المقالة او الكتب والمصنفات التي افاد منها في تطوير منطق التحليل والتركيب من خلال ما ذكره في المقالة ذاتها ، وما له صلة وثيقة بالبحث ، بالاضافة الى مساهماته الشخصية الفذة نتيجة ممارساته في علم الهندسة وكيفية حل المسائل الهندسية المختلفة .

ورد في المقالة ذكر بعض علماء الهندسة من اليونانيين، منهم اقليدس Euclid (٣٦٥ق.م - ٣٠٠ق.م) الذي اشتهر بكتاب الاصول او المبادئ Elements ta stoicheia ، حيث ذكره اكثر من مرة واحدة^(٢٢) ، وابولونيوس Apollonius (٢٦٢ق.م - ١٩٠ق.م) الذي اشتهر هو الآخر بكتاب المخروطات conics ، وثاوذسيوس Theodosius (القرن الاول قبل الميلاد) ، حيث ذكر له الحراني كتاب الاكر Sphaerica المقالة الثالثة^(٢٣) . وأشار الى ارسطاليس Aristotle (٣٨٤-٣٢٢ق.م) في كتابه التحليلات الأولى Analytica priora او الانالوطيقا^(٢٤) وبالإضافة الى ما تقدم نجد الحراني يكرر من ذكر كتابه « كتاب الدوائر المماسية » في اكثر من موضوع واحد ، ويعتمد عليه كثيراً في التحليل والامثلة^(٢٥)

٥ - و نتناول بعد هذا العرض موضوع بحث طريقتي التحليل والتركيب . فاذا ما استعرضنا كتب التحليل والتركيب ، سواء كانت مختصة بالطريقة ذاتها ، او كانت مجرد مصنفات رياضية تتخللها الطريقة لوجدنا قاسماً مشتركاً فيها يتجلى في بحث المسائل الهندسية والعديدية من جهة ، وفي كيفية الحل وما يقتضيه من قواعد وشروط وغير ذلك من جهة اخرى . فالمسألة الرياضية هي موضوع البحث وكيفية الحل هدفه . وهذا معناه : ان طريقة التحليل والتركيب تسعى الى دراسة المسألة للوقوف على اجزائها من مفروضات وشروط ومطلوبات ، والسلوك الى حلها بالطريقة المناسبة بعد التعرف عليها بصورة صحيحة ، وعلى صنفها او نوعها . وقد حدد ابراهيم بن سنان الحراني قصده من كتابه « مقالة في طريق التحليل والتركيب » بقوله : « فرسمت في هذا الكتاب طريقاً للمتعلمين يشتمل

(٢٢) مقالة في طريق التحليل والتركيب : ص ٤٤ ، ص ٤٩ .

(٢٣) المصدر نفسه : ص ٦٣ . (٢٤) المصدر نفسه : ص ٩٢

(٢٥) المصدر نفسه : ص ٣٠ ، ص ٣١ ، ص ٤٦ ، ص ٥٥

على جميع ما يحتاج اليه في استخراج المسائل الهندسية بقول مجمل ، ثم قسمت الاقسام ووضحت كل قسم منها بمثال ، ثم ارشدت المتعلم الى طريق يعرف به في أي قسم منها يدخل ما يلقي عليه من المسائل ، ومع ذلك كيف الوجه في التحليل من التقسيم والاشتراط ، والوجه في تركيبها وما يحتاج اليه من الاشتراط فيه ، ثم كيف يعلم هل المسألة مما تخرج مرة واحدة او مراراً^(٢٦) .

يتركز موضوع بحث منطق التحليل والتركيب حول المسائل المختلفة سواء كانت هندسية او حسابية او فيزيائية وغيرها ، لذلك يوجب علينا تحليل المقال ان نبدأ بدراسة ماهية المسألة فنطرح السؤال الآتي : —

ما هي المسألة المبحوثة في التحليل والتركيب ؟

تناول ابراهيم بن سنان الحراني في مقالته عن التحليل والتركيب جملة من المسائل الهندسية ، ولكنه في الوقت نفسه اشار الى ان التحليل والتركيب لا يقتصران على المسائل الهندسية ، بل تتعدى ذلك الى المسائل العددية او الحسابية وغيرها من المسائل في سائر العلوم . اما اذا استعرضنا الكتاب المذكور فاننا سرعان ما نلاحظ أن جميع الامثلة التي يطرحها هي مسائل هندسية ، وكأنه يريد بها نموذجاً يحتذى به في سائر المسائل الاخرى . وعلى الرغم من عدم وجود تحديد واضح لما يقصد بالمسألة في مقالة الحراني ، الا اننا نستطيع ان نحددها ببساطة من خلال تحليله لعناصرها وانواعها . فالمسألة قضية (هندسية او حسابية ، او منطقية ، او فيزيائية وغير ذلك) او مشكلة مطروحة يتوخى الباحث او المتعلم التصدي لها عن طريق ايجاد الحل المناسب لها او اثبات انها غير قابلة للحل او انها تحتاج الى تعديلات بالزيادة او النقصان من اجل ايجاد الجواب القاطع لها بالنفي او بالايجاب .

ويمكن معرفة ما تنطوي عليه كل مسألة من خلال تحليل العناصر المؤلفة لها ،

وان استعراض المواقف المختلفة للحراني من المسائل المتنوعة يجعلنا نستخلص نتيجة مهمة هي ان المسألة تتألف من العناصر الأساسية الآتية : . -

اولاً : المفروضات : وهي المعلومات التي تفترضها المسألة ليفيد منها الباحث او المتعلم كمقدمات ضرورية يبدأ منها صاعداً باتجاه المبادئ الضرورية ، او نازلاً منها باتجاه النتائج اللازمة عنها منطقياً بالضرورة ، فهي في الحالين ضرورية من اجل اكتشاف انسب الطرق وصولاً الى النتيجة .

ثانياً : الشروط : (او الشرائط كما يطلق عليها الحراني) ، وهي مجموعة -من التقييدات التي تسمح او لا تسمح بالعمل عند القيام بالحل ، وقد تكون على هيئة توجيهية او تحذيرات واجبة الاتباع لكي لا يصل الحل الى طريق مسدود او نتيجة غير صحيحة .

ثالثاً : المطلوبات : وهي مجموعة العناصر او المجهولات او النتائج التي تنوحي المسألة ايجاد الجواب او الاجوبة لها او حلها او التي يسير الحل باتجاه الوصول اليها ، وقد تكون مجهولاً او مطلوباً واحداً او عدة مجهولات او مطلوبات .

لاشك في ان المسائل التي طرحها الحراني في كتابه من النوع الذي يتوخى الاجراء او الانشاء Construction ، فهي تنطوي على ثلاثة عناصر مهمة هي المفروضات والشروط والمطلوبات . ولكن من المسائل الهندسية ما يتوخى البرهان proof او الاثبات ، وهذه تنطوي على مفروضات ومطلوبات . ولاجله نميز بين الصنفين من المسائل الهندسية ، ونضرب مثلاً مبسطاً على كل نوع منها . مثال على الصنف الأول : فيه المفروض والمطلوب والشرط (مسألة انشائية) .

كيف ننشئ مثلثاً على خط مستقيم معلوم ، بحيث تكون اضلاعه الثلاثة متساوية .

نلاحظ في هذا المثال ان المفروض فيه هو « خط مستقيم معلوم » والمطلوب هو « انشاء مثلث على مستقيم معلوم » ، والشرط هو ان تكون « اضلاع المثلث متساوية » ، او « ان يكون المثلث متساوي الاضلاع » .

مثال على الصنف الثاني : فيه المفروض والمطلوب (مسألة برهانية) . اذا تقاطع مستقيمان ، فكل زاويتين متقابلتين متساويتان .

نلاحظ في هذا المثال ان المفروض فيه هو « تقاطع مستقيمين في نقطة » ، والمطلوب اثباته هو ان « الزوايا المتقابلة متساوية » . وسواء كانت المسألة اجرائية او برهانية ، فان ذلك لا يعني ان الصنف الأول لا يحتاج الى بديهيات او مبرهنات بغية الوصول الى الحل ، كما ان ذلك لا يعني بالضرورة ان الصنف الثاني لا يحتاج الى اجراء او انشاء ، اذ لا يوجد ما يمنع استخدام البديهيات والمبرهنات لحل مسائل من الصنف الاول ، ولا يوجد ما يمنع استخدام الاجراءات العمالية لحل مسائل من الصنف الثاني . ولقد ادرك الحراني حقيقة امكانية استخدام ما في كتاب اقليدس من قضايا الهندسة لحل المسائل التي تنطوي على اجراء او انشاء ، وذلك بقوله : « وان احتجت الى استعمال شيء من قضايا الهندسة التي في كتاب اقليدس او غيرها استعملت في كل مسألة ما تصلح ان تستعمله . . . (٢٧) » .

٦ - والمسائل التي يتصدى الحراني لدراستها ليست من نوع او صنف واحد ، بل انها على انواع مختلفة ، وان اختلافها يقوم على ما تنطوي في منظوقها من مطلوبات وشروط ، وما يكون عليه الحل سواء كانت المسألة صحيحة او مستحيلة او سيانة وغير ذلك .

ومنطوق المسئلة : هندسية كانت او حسابية او فيزيائية او غير ذلك يمثل الاساس الذي يقوم عليه الحل ، لذلك اتجهت جهود الحرائي منذ البداية الى فحص المنطوق وادراك الزيادة او النقصان او التمام فيه قبل مناقشة الحل وكيفية ادراكه . والمنطوق في صورته العامة قد يكون مختلفاً في ظاهر اللفظ ، ولكنه من حيث المعنى واحد ، اذ من الجائز ان يواجه المرء مسألة بمنطوقين مختلفين في الظاهر ، ولكن البحث فيهما يثبت بوضوح انهما واحدة في المعنى . ولقد بين الحرائي ذلك بقوله : « كيف يعمل مثلثاً مساوياً لمثلث معلوم ويكون شبيهاً بمثلث معلوم ، وقد يسأل المهندس على جهة ثانية ، فيقال له اذ كان مثلث معلوم كيف تعلم اضلاع المثلث ، وسنبين مستأنفاً ان هذين القولين يرجعان الى معنى واحداً (٢٨) . وبناءً على ذلك يمكننا استخلاص قاعدة في منطق التحليل والتركيب ، وان لم يكن الحرائي قد دونها بصراحة ، وهي بالصورة الآتية : —

قاعدة المعنى :

من الضروري ادراك معنى منطوق المسألة بوضوح ، اذ من الجائز ان تظهر مسألة واحدة بمنطوقين مختلفين في ظاهر اللفظ ، ولكنهما في حقيقة الامر يرجعان الى معنى واحد .

واذا كانت المسائل تختلف بعضها عن بعض في ما ينطوي عليه المنطوق من شروط ومفروضات ، فان المسائل الصحيحة في نظر الحرائي هي تلك التي تكون مستوفية للشروط والمفروضات . وبناءً على ذلك يمكن استخلاص تعريف للمسألة الصحيحة بالصورة الآتية : —

تعريف المسألة الصحيحة : —

هي مسألة مستوفية الشروط والمفروضات ، ولا تحتاج الى استثناء فيها ، ولا زيادة ولا نقصان ، ولا تغيير في منطوقها

واذا نظرنا الى المسائل الصحيحة من زاوية الحل على أساس معرفة ما اذا كانت قابلة للحل او غير قابلة له ، فان القسمة الثنائية تشرط علينا ان نقسم المسائل الى مسائل صحيحة تخرج بمعنى ان يكون لها حل تنتهي اليه ، ومسائل صحيحة لا تخرج بمعنى ان لا يكون لها حل تنتهي اليه . فمن الامثلة على النوع الاول الذي تكون فيه المسائل مستوفية الشروط والمفروضات كقولك : « كيف نقسم خطاً مفروضاً على نسبة معينة ؟ فان هذه المسألة مستوفاة الشروط والمفروضات تخرج كيف ما وضع الخط وبأي مقدار فرض وكيف كانت احوال النسبة من نسب الاعظم الى الاصغر او عكس ذلك او نسب المثل » (٢٩) .

ومن الامثلة على النوع الثاني الذي تكون فيه المسائل مستوفاة الشروط والمفروضات ولا تخرج البتة كقولك : « نريد ان نقسم خطاً بقسمين يكون ضرب احدهما في الآخر مثل مربع الخط كله ، فان هذه المسألة محال كيف قسم الخط وبأي مقدار كان وكيف تصرف به الحال » (٣٠) .

وهكذا نصل الى استنتاج مهم من الوجهة المنطقية وهو ان من المسائل الصحيحة ما يخرج ، ومن المسائل الصحيحة ما لا يخرج ، ونطلق على النوع الاول اسم المسائل الصحيحة المطلقة ، ونطلق على النوع الثاني اسم المسائل الصحيحة المستحيلة ، وتعرف الاولى والثانية بالصورة الآتية : -

تعريف المسألة المطلقة :

هي تلك التي تكون مستوفاة الشروط والمفروضات بالاضافة الى كونها مسألة تخرج ، بمعنى ان يتوفر لها الحل في كل الاحوال .

تعريف المسألة المستحيلة :

هي تلك التي تكون مستوفاة الشروط والمفروضات بالاضافة الى

(٢٩) المصدر نفسه : ص ٦

(٣٠) المصدر نفسه : ص ٦

كونها مسألة لا تخرج البتة ، بمعنى عدم توفر اي حل تنتهي اليه في كل الاحوال .

٧- ولقد ادرك الحراني اهمية وضوح منطوق المسألة ، وفيما اذا كان محتاجاً الى شرط او فرض او فيه زيادة غير ضرورية . فاذا كان منطوق المسألة مبهماً وغير واضح ، فان المسألة عندئذ يمكن ان تخرج او لا تخرج ، وذلك من خلال تخصيص السؤال بان يضاف الى المسألة شرط ، فتتحول الى مسألة صحيحة مطلقة او مسألة صحيحة مستحيلة . وفي ذلك يقول ما نصه : « واذا جعلت (المسألة) عامة السؤال مبهمة فيمكن ان تخرج وان لا تخرج ، فاما اذا خصص السؤال بان يضاف اليه الشيء الذي به تخرج المسألة ، فان المسألة تكون من الصحيحة على الاطلاق . وان خصصت بالتصريح في السؤال بما لا تخرج المسألة جرت مجرى المسائل المحال التي يجري ذكرها ودخلت معها^(٣١) .

وبناءً على ما تقدم يمكن استخلاص تعريف للمسألة المبهمة على النحو الآتي :-
تعريف المسألة المبهمة :

هي تلك التي تكون عامة المنطوق ، تحتاج الى شرط او تخصيص لكي تتحول الى مسألة صحيحة . فاذا ما خصص السؤال باضافة الشيء الذي به تخرج المسألة ، كانت المسألة صحيحة مطلقة ، واذا ما خصص السؤال بما به لا تخرج المسألة ، كانت المسألة صحيحة مستحيلة .

ان غاية المهندس في نظر الحراني هي ان يحلل منطوق السؤال ليقف على صنفه او نوعه ، فان كانت المسألة صحيحة مطلقة ، فما عليه الا ان يثبت لها الحل الذي به تخرج ، اما اذا كانت المسألة من الاصناف الاخرى التي تحتاج الى تغيير في منطوقها باستثناء او زيادة او نقصان ، فان على المهندس ان يعالجها بذكر شرط او

منطق الحراني في التحليل والتركيب

مفروض ، او حذف شرط او مفروض . فاذا تحولت بعد ذلك الى صنف المسائل الصحيحة على الاطلاق ، كان عليه ان يثبت لها الحل الذي تخرج به . اما اذا تحولت بعد ذلك الى صنف المسائل الصحيحة المستحيلة ، فان عليه ان يبين ذلك بالتحليل . ويذكر الحراني صنف المسائل السيالة ، على اساس انها مسائل تحتاج الى تغيير شيء من مفروضاتها او شروطها بزيادة شيء لم يكن في السؤال او نقصان شيء « (٣٢) » .

وعلى الرغم من ان الحراني لم يحدد صنف المسائل السيالة بدقة في كتابه ، الا ان الامثلة التي يسوقها تلقي الضوء على طبيعتها واسلوب حلها . واليكن المثال الآتي : « نريد ان نجد خطين نسبة احدهما الى الآخر معلومة ، فان هذه المسألة سيالة الى ان نقول ويكون مجموعهما معلوماً فيكون من المسائل الصحيحة (٣٣) وليست جميع اصناف المسائل السيالة من هذا الصنف ، فمنها مسائل تحتاج الى زيادة في المفروضات او الشروط لكي تصبح صحيحة ، ومنها مسائل تحتاج الى نقصان او حذف في المفروضات او الشروط لكي تصبح صحيحة ، ومنها مسائل تحتاج الى استثناء لكي تصبح من المسائل الصحيحة . وبناءً على ذلك نستطيع تعريف المسائل السيالة بالصورة الآتية : —
تعريف المسألة السيالة :

تلك التي تحتاج الى تغيير شيء من مفروضاتها او شروطها بزيادة شيء لم يكن في السؤال او نقصان شيء ، فاذا تم ذلك تحولت الى مسألة صحيحة مطلقة او مسألة صحيحة مستحيلة .

يظهر لنا من التعريف عدة حقائق ، منها ان المسألة السيالة مسألة غير محددة ، وان ايجاد حل لها يتوقف على زيادة في منطوقها او حذف منه ليطم المنطوق معناه بدقة . ومنها ان المسألة السيالة لا تتحول الى مسألة صحيحة مطلقة بمجرد الزيادة

(٣٢) المصدر نفسه : ص ٨

(٣٣) المصدر نفسه : ص ٩

او النقصان ، بل انها تجري مجرى اصناف المسائل الاخرى ، حيث يمكن ان تكون من المسائل الصحيحة المطلقة او من المسائل الصحيحة المستحيلة .

والشيء المهم في جميع انواع هذه المسائل واصنافها هو ان التغيير الذي يطرأ على منظورها لكي تكون من المسائل الصحيحة يعيدها بالتالي الى احد امرين : اما ان تكون المسألة المعدلة صحيحة مطلقة وبذلك تخرج بحل معين لها ، أو صحيحة مستحيلة لا تخرج بحل لها .

ونجد الحراني يصنف المسائل الى ثمانية اصناف يذكر ماسلف ان بيناه بتلخيص فيقول : « هي هذه المسائل الصحيحة بلا شرط ولا استثناء ولا زيادة ولا نقصان . الباطلة من الوجوه ، السبالة بلا شرط ، السبالة بشرط ، المحدودة . وهي التي تحتاج ان تقر بمفروضاتها على جهتها ويرادفيها شرط ، التي تحتاج الى نقصان من المفروضات ليرجع الى المسائل الصحيحة ، التي ترجع بالنقصان الى صنف المسائل السبالة ، التي ترجع بالنقصان الى المحدودة ، فذلك ثمانية اصناف » (٣٤).

٨- وبأسلوب منهجي يواصل الحراني بحثه للتحليل والتركيب بعد ان ثبت اصناف المسائل الهندسية جميعاً ، وذلك لادراكه الواضح للعلاقة بين هذه الاصناف والطريقة . وتناول في البداية طريقة التحليل وتوسع بها ، بحيث لم يبق شيئاً لم يذكره وكانت له صلة بالتحليل ، فطريقة التحليل للمسائل الهندسية قد انطوت على معنيين يرتبطان باجراءين مختلفين : —

اولهما معنى يتصل بالقسمة او التجزئة ، وثانيهما معنى يتصل بجوهر الحل واسلوبه .

فالمسألة المطروحة للحل بحاجة الى تحليل يبين ما فيها من اجزاء او اقسام او عناصر ، وهذا تحليل يقتضي التجزئة ، وغايته معرفة ما تنطوي عليه المسألة من مفروضات وشروط ومطلوبات ، وفيما اذا كانت المسألة ناقصة او فيها زيادة في

منطق الحراني في التحليل والتركيب

احد عناصرها الرئيسة ، وفيما اذا كانت المسألة من النوع الذي تخرج او من النوع الذي لا تخرج ، وفي اي نوع من المسائل .

وبناءً على ذلك يجب علينا بيان مفهوم القسمة عند الحراني وما يشترطه ، فنبدأ بطرح السؤال الآتي :-

ما الفائدة التي يتوخاها المرء من تحليل المسألة ؟

والجواب على هذا السؤال يتطلب منا ان نتعرف بالتفصيل على اهمية القسمة وارتباطها بالحل ، فنقول : ان القسمة ضرورية لانها تطلعنا على ما في المسألة من اجزاء وعناصر ، فندرك من خلال ذلك ما يأتي : -

- ١- ما في المسألة من مفروضات وشروط ومطلوبات ، ومعرفة ان كانت المسألة قيد البحث اجرائية يحتاج حلها الى عمل ، او برهانية تحتاج الى مفروضات ومقدمات ضرورية وصولاً الى المطلوب الذي يمثل نهاية الحل وغايته.
- ٢- نوع المسألة قيد البحث ، واين تقع ، ان كانت قابلة للحل او غير قابلة للحل ، او ان كانت من المسائل المستحيلة او السبالة او الصحيحة وغير ذلك ، وما هو الاسلوب الافضل لحلها ، فهل نتبع طريق التحليل او طريق التركيب ؟

- ٣- الزيادة او النقصان في المسألة ، وما تحتاجه من شروط او مفروضات ان كانت من المسائل التي تخرج ، او حذف ما هو زائد عن منطوق المسألة ، واتاحة الفرصة لايجاد حل افضل .

وفي ضوء ما تقدم يمكننا استخلاص نتيجة هامة هي بمثابة قاعدة عامة في التحليل بمعنى القسمة ، ومشيرين في الوقت نفسه الى هذه القاعدة من خلال اقوال الحراني ، لكي لا يكون الاستنتاج مجرد استخلاص فحسب ، وتكون القاعدة بمثابة شرط قابل للتطبيق عند اجراء حل المسائل ، وبالصورة التي

مارسها الحراني نفسه من خلال الامثلة التوضيحية التي يسوقها. وسوف يكون هذا المطلوب في هذا البحث كلما وجدنا في اقوال الحراني ما يشير الى قاعدة عامة .
الاسلوب هو

قاعدة القسمة الاولى :

يجب على المرء عند حل مسألة ما ان يبتدء بالقسمة ما وسعه ذلك حسب الحاجة لمعرفة ما تنطوي عليه المسألة من معلومات ومجهولات، وما تحتاجه من زيادة في المفروضات او الشروط ان كانت ناقصة، وما يمكن الاستغناء عنه ان كانت زائدة .
« فانك اذا حللت فاستغنيت ببعض المفروضات عن بعض عامت ان في المسألة زيادة . . . » (٣٥) .

قاعدة القسمة الثانية :

يجب على المرء ان يقسم السؤال عند حله للمسألة بطريقة تهديه الى الحل المطلوب ، وذلك عن طريق انتقال ذهنه بالقسمة من قسم الى قسم آخر لادراك الحل ، فان احتاجت المسألة الى مواصلة القسمة فليكن ذلك ، فيجول المرء بخاطره كل الممكنات حتى يعثر على الحل المطلوب .

ويمكن التعبير عن معنى القاعدة باقوال الحراني نفسه فيقول : « فقد يجب على المهندس ان يقسم السؤال مبتدياً بذلك ان كان السؤال محتملاً للقسمة كقولك كيف تعمل دائرة تماس خطين ودائرة ، فان هذه المسألة تحتاج ان تقسم اولاً ويقال : الخطان اما ان يكونا متوازيين او لا يكونا كذلك ، وان كانا متوازيين فان هذه الدائرة لا تخلو من ان تكون خارج الخطين غير ملاقية لاحدهما او خارجهما مماسة لاحدهما او قاطعة لاحدهما او واقعة فيما بينهما غير ملاقية لواحد منهما . ثم ان احتيج ايضاً اذا شرعت في التحليل الى قسمة شيء من هذه

منطق الحراني في التحليل والتركيب

الاقسام قسمته كأنك ان احتجت الى ان تقول في بعض الاقسام انه اما ان يكون مركز الدائرة المعلومة واقعاً في الوسط بين الخطين المتوازيين واما ان لا يكون كذلك ، هكذا ينبغي ان يجري الامر في التقسيم » (٣٦) .

واشترط الحراني في القسمة ان تكون مؤدية الى الحل ، والا ضاعت جهود المرء اذا ما سارت القسمة في طريق آخر ، فحذر من ذلك بقوله : « والذي يكره في التقسيم ان يحل ببعض الاقسام فاحذر ان يقع لك ذلك ، واخطر ببالك جميع الاقسام والوقوعات والاضاع ثم بعد التقسيم ينبغي ان تحلل قسماً على حدته » (٣٧)

يبدو لنا الآن بوضوح تام ان المسألة في منطق الحراني ليست الا سؤالاً مطروحاً يسعى المرء الى حله على خطوات ، وان اولى الخطوات هي في تقسيم السؤال الى اجزائه وعناصره ، ثم النظر في المسألة من خلال ذلك لرسم خطة مؤدية الى الحل . وان القسمة التي نجدها في القاعدة الثانية تحمل معها صورة اولية لرسم الخطة عن طريق تقليب الممكنات المتاحة ، ووضع اليد على بداية الحل الصحيح .

٩ - اما المعنى الآخر للتحليل الذي يتصل بجوهر الحل واسلوبه ، فيمكن ادراكه من خلال تعريف الحراني لمفهوم التحليل ، وهو التعريف الذي يمثل منهجاً وقاعدة ضرورية في منطق التحليل والتركيب ، الامر الذي يقودنا الى طرحه كقاعدة نطلق عليها اسم « قاعدة التحليل » :

قاعدة التحليل :

« وهو انك تبتدي فتضع الشيء الذي تطلبه موجوداً ، ثم تنظر في جميع شروط المسألة والمفروضات فيها وما طلب منك وضعته على انه موجود فتجمع منها بالتحليل من غير ان تحذف شيئاً منها اصلاً . ان الذي طلب منك معلوم ان كان مما تريد ان تجد وضعه فتبين .

(٣٦) المصدر نفسه : ص ٤٢

(٣٧) المصدر نفسه : ص ٤٣

انه معلوم الوضع ، وان كان مما تريد قدره فتبين انه معلوم القدر ،
وان كان المطلوب الصورة منه ، فتبين انه معلوم الصورة » (٣٨) .
ينطوي منطق القاعدة على عدة شروط منطقية واجبة الاتباع عندما يقتضي الأمر
البحث عن الحل لمسألة صحيحة ، يمكن طرح هذه الشروط من خلال فهم
القاعدة وأساليب تطبيقها في كتاب الحرائي بالشكل الآتي : -
الشرط الاول :

يقتضي التحليل ضرورة تبين المطلوب في المسألة من بين المعلومات
التي تقدمها المسألة ، وان تكون بداية الحل او العمل في ان نفترض
منذ البداية ان المطلوب موجود ، فنضعه مقدمة ننتقل منه
الى خطوات الحل الاخرى .

الشرط الثاني :

تقتضي الخطوة التالية في التحليل ان نتبين من خلال المعلومات
التي يقدمها منطق المسألة ، والشروط والمفروضات ، بالاضافة الى
المطلوب ، لان ذلك هو السبيل للافادة من هذه المعلومات في
طريق الحل .

الشرط الثالث :

يقتضي التحليل ان لا تحذف اي شيء من الشروط والمفروضات ،
فاذا ما طرحت مسألة صحيحة ، وطلب منك ايجاد حل لها ،
فمن الواجب ان تفيد من كل المعلومات التي تقدمها المسألة من
شروط ومفروضات ، فلا تحذف اي شيء منها .

نتبين من القاعدة وما تنطوي عليه من شروط بالاضافة الى ما تقدم ذكره من

استعمال الحرائي للتحليل بمعنى التجزئة والقسمة ، ان التحليل قد اخذ بمجامع المسئلة واسلوب حلها ، وانه بذلك تعدى التحليل في عرف بابوس الذي اقتصر على الجانب البرهاني في المسئلة . ولكي نبين فضل الحرائي لا بد ان نذكر تعريف التحليل بالشكل الذي ورد في آثار بابوس ، حيث يرى : « اننا في التحليل نعتبر ما يطلب عمله انه قد عمل ، ثم نتساءل : من اي شيء يمكن ان ينتج ذلك ، ثم من اي شيء يمكن ان ينتج هذا الشيء وهكذا نعود القهقري بخطوات الى ان نصل الى شيء سبق معرفته او ينتمي الى مجموعة المبادئ الاولى . ونطلق على مثل هذه الطريقة التحليل كحل معكوس » (٣٩) .

وما دما بصدد طريقة التحليل عند الحرائي ، فمن الضروري ان نتعرف بالتفصيل على قاعدة اجراء الحل ومجموعة الارشادات التي يراها ضرورية لحل المسائل المختلفة .

لقد اطلع الحرائي من دون شك على المؤلفات الهندسية اليونانية وتعلم منها كيفية اجراء الحل ، ومارس بنفسه البرهان الهندسي حتى اصبحت لديه خبرة هندسية في الطريقة تفوق من سبقه ، بل ذهب الى التقويم والنقد لاعمال العاملين في الهندسة وازضاف من القواعد والارشادات مالا نجده في مصنفات الاوائل ، وقد بين بوضوح من خلال الامثلة التي اختارها مقدار اهمية كل قاعدة ، وفائدة الارشادات في تلمس طريق الحل الصحيح . وفي سبيل تقديم صورة منطقية واضحة لطريقة اجراء الحل عند الحرائي ، لا بد من تثبيت القاعدة العامة اولاً ، وطرح مجموعة الارشادات المرتبطة بها ثانياً .

قاعدة اجراء الحل بالتحليل :

« وهم يتوصلون [يقصد علماء الهندسة] الى هذه الحال بان يجمعوا مفروضات المسئلة كلها ، ويقربون بعضها ببعض ،

ويستعملون القضايا التي قد بينت من القضايا الهندسية كل واحدة منها في المسألة التي تصلح ان تستعمل فيها وتليق بها وتحتاج اليها وتنظر ، وما يجب منها ، الى ان ينتهي لهم الامر الى ان يكون الحد الذي به خرج المسألة من خط او نقطة او غير ذلك مفروضاً بالوضع او بغير وضع « (٤٠) » .

لاشك في ان المفروضات والشروط ضرورية ، لانها تمثل المؤشرات الاولى مع المطلوب الى طريق الحل . ومن الواضح ان يبدأ اجراء الحل بجمع المفروضات بعضها ببعض ، وكذلك الشروط للتعرف على ما بينها من روابط منطقية ، والتمييز فيما بينها لادراك ما يمكن عمله في سبيل كشف المقدمة التي نتج عنها المطلوب ، والافادة من غيرها من المفروضات لكشف مقدمة اخرى او مقدمات مرتبطة منطقياً بما سبقها ، وهكذا حتى نصل الى المقدمات التي نسلم بصحتها . وقد بين الحرائي هذا الاسلوب من خلال ارشاداته للحل ، وبالطريقة الآتية :
ارشاد اول :

« جمعت على ان تعمل اعمالاً وتنقل مفروضات المسألة من شيء الى شيء الى ان ينتهي الى الشيء الذي تريد ان تعمله » (٤١) .
ينطوي هذا الارشاد على عاملين مهمين هما : العامل الذهني الذي يقوم على اساس النظر في امكانية الحل من خلال المفروضات وكيفية الافادة منها في كل خطوة من خطوات الحل ؛ والعامل الاجرائي الذي يقوم على اساس القيام بالعمل وفق ما يقتضيه العامل الذهني ، واجراء الحل بالطريق الذي يؤدي الى ما تريده المسألة من عمل .

ارشاد ثان :

« ان احتجت الى استعمال شيء من قضايا الهندسة التي في كتاب

(٤٠) مقالة في طريق التحليل والتركيب ص ١٥

(٤١) المصدر نفسه : ص ٤٤

أقليدس او غيرها استعملت في كل مسألة ما تصلح ان تستعمله فيها « (٤٢) .

ينطوي هذا الارشاد على عاملين مهمين هما : عامل البرهان الذي يقوم على اساس الافادة من قضايا الهندسة من البديهيات والمصادرات والمبرهنات والتعريفات التي في كتاب اقليدس المعروف بالاصول ، او غيرها من القضايا الهندسية في كتب اخرى مثل كتاب « المخروطات » لابولونيوس ؛ وعامل المجانسة الذي يقوم على اساس اختيار القضايا الهندسية المتفقة مع برهان المسألة ، والتي تكون صالحة الاستعمال في البرهان .

ارشاد ثالث :

« وتأخذ القضايا القريبة ابدأ المشاكلة المجانسة للشيء المطلوب والاعمال التي تقرب بها مما تريده » (٤٣) .

يشير هذا الارشاد الى ضرورة تحديد مجال اختيار القضايا الهندسية عند القيام بحل المسألة . فاذا كان المطلوب مجانساً لمجموعة القضايا الخاصة بالدائرة فمن الضروري ان يقع الاختيار على هذه المجموعة أولاً ، والبحث عن القضية او القضايا من بين المجموعة التي تقرّب الحل ولا تبعد به عن الطريق ثانياً .

١٠- ولقد ادرك الحراني اهمية الاتصال والتوالي بين القضايا في البرهان على المسائل الهندسية ، وانتقد تلك الاعمال الهندسية التي تفتقر الى هذا المبدأ ، والتي قام بها علماء الهندسة قصد الاختصار ، فطلب بضرورة ذكر جميع الخطوات من دون اي حذف ، وذلك لكشف الصورة المنطقية البرهانية للمسألة بشكل كامل من جهة ، ولاثبات خطأ القائلين بأن بين طريق التحليل وطريق التركيب اختلافاً من جهة اخرى . وجاء في كلامه هذا الهدف بصراحة بقوله : « وأومات الى ما يقع

(٤٢) المصدر نفسه : ص ٤٤

(٤٣) المصدر نفسه : ص ٤٥

للمهندسين من الغلط في التحليل باستعمالهم عادة قد جرت لهم في الاختصار المسرف ، وذكرت ايضاً لأي سبب يقع للمهندسين في ظاهر الاشكال والمسائل خلاف بين التحليل والتركيب انه ليس يخالف تحليلهم التركيب إلا باب الاختصار ، وانهم لو وفوا التحليل حقه لساوى التركيب وزال الشك من قلب من يظن بهم انهم يأتون في التركيب باشياء لم يكن لها ذكر في التحليل من قبل ما يرى في تركيبهم من الخطوط والسطوح وغيرها مما لم يكن له ذكر في التحليل»^(٤٤) .
والتزم الحراني بتحقيق هذا الهدف من خلال تمسكه بقاعدة الاتصال والتوالي ، والتي نجد نصاً واضحاً لها بالصورة الآتية : -

قاعدة الاتصال والتوالي : -

«وكلما كان لك في المسألة شرط او مفروض فأقر به بمفروضات المسألة ليخرج لك ما تريده مفروضاً ، وينبغي ان تكون اذا وجدت مفروضاً في المسألة لم يكن لك ولا هو الذي تريد علمه ، او علمت عملاً ان تحفظه او تضيف اليه اما شرطاً آخر او مفروضاً او قضية وتستعمله ، فانك متى تركته ولم تستعمله لم تنتفع به ، وانما تحتاج ان تربط عملك بعضاً ببعض على الاتصال والتوالي»^(٤٥)
تنطوي هذه القاعدة على مجموعة من الشروط المنطقية التي يجب اتباعها عند الشروع باجراء الحل ، كما تشتمل على معيار منطقي في غاية الاهمية هو الترابط المنطقي بين القضايا في سلسلة استنتاجية من دون ترك ما هو ضروري للبرهان سواء كان ذلك بقصد الاختصار او بقصد ان ما ترك معروف لا حاجة الى ذكره .
وفيما يلي مجموعة الشروط على التوالي .

الشرط الاول :

ان يجري الاستنتاج من خلال مفروضات المسألة او الشرط

(٤٤) المصدر نفسه : ص ٣ - ٤

(٤٥) المصدر نفسه : ص ٤٥

والمفروض في المسألة ، قصد الحصول على مقدمة تكون بمثابة مفروض جديد بالنسبة لمقدمة او مقدمات اخرى .

الشرط الثاني :

ينبغي ان تقرر فائدة ما تحصل عليه في المسألة نتيجة الاستنتاج ، فاذا ما وجد مفروض لم يكن ما تريد علمه ، فامالك اختياران : اما ان تتركه اذا شعرت بعدم فائدته للحل ، او ان تضيف اليه شرطاً او مفروضاً او قضية هندسية وتستعمله .

الشرط الثالث :

(وهو معيار تكامل السلسلة الاستنتاجية)
ينبغي ان يكون البرهان او الحل مترابط الاجزاء ، متتابع الاستنتاج ، متوالياً يلزم بعضه بعضاً ، حيث يبدأ بالمطلوب (طريق التحليل) والافادة من المفروضات والشروط باتجاه استنتاج مقدمة ، والانتقال من ذلك خطوة بعد خطوة اخرى من دون اهمال مفروض او شرط او قضية هندسية ضرورية للحل ، حتى نكسب كافة المقدمات الضرورية ، والمقدمات هي المبادئ او المبرهنات .

تضع هذه القاعدة بشروطها الحراني في مقدمة قائمة علماء الرياضيات والمنطق الذين طالبوا باستمرار ان تكون السلسلة الاستنتاجية خالية من الانتقالات المفاجئة والثغرات . ونجد تشابهاً كبيراً بين مطابقة الحراني بتكامل السلسلة الاستنتاجية ، ومطالبة عالم المنطق والرياضيات جوتلوب فريجه (١٨٤٨ - ١٩٢٥) بضرورة ذكر جميع عناصر البرهان ، على الرغم من اختلاف الهدف . فلم يكن من مهام الحراني غير توجيه المتعلمين والعلماء الى ما يجب ان يكون عند اختيار حل المسائل الهندسية بطريق التحليل وطريق التركيب ، بينما استهدف فريجه من وراء مطالبته بيان ان علم الحساب مجرد منطق متطور ، ومثل هذا الهدف لا يمكن تحقيقه

الا من خلال تكامل السلسلة البرهانية ، بحيث يكون البرهان قائماً على عناصر برهانية كاملة فنذكر البديهية والمفروض والفرضية « (٤٦) » .

وطالب الحراني الى جانب ذلك بضرورة التحرز في البرهان خوفاً من الوقوع في الخطأ الذي يؤدي الى عدم استجلاء الحل والوصول بالمسألة اليه ، فيقول : « وكما اشرنا اليه بالتحرز منه قد تبين في الاعمال انه لم يتحرز منه وقع الانسان في خطأ من حيث لا يعلم ان يترك شيئاً من شروط المسألة او مفروضاتها ، فانك ان فعلت ذلك وكانت المسألة من المسائل الصحيحة لم ينته الى ان يعلم شيئاً اذا كان ذلك الشيء المجهول انما يعلم بالاشياء التي تأخذها في المسألة اجمع » (٤٧) .

واذا ما تم للمرء ما عزم عليه من البرهان بطريق التحليل ، فان ما يجنيه من منافع علمية ليس بالقليل ، وقد ذكر الحراني هذه المنافع بطريقة مباشرة مرة وبطريقة غير مباشرة مرة اخرى ، ونستطيع بدورنا اجمال هذه المنافع على هيئة نقاط بالشكل الآتي مع دعم ما نثبته بالنص الحرفي ان كانت المنفعة قد ذكرت بطريق مباشر : -

اولاً " يوقفنا التحليل على اجزاء المسألة ، فنقع على المطلوب فيها والمفروضات والشروط مما يساعد على الحل في الحالتين : - حالة البرهان بطريق التحليل ، وحالة البرهان بطريق التركيب .

ثانياً : يوقفنا التحليل على صنف المسألة وما يحتاج اليه فيها . وقد عبر الحراني عن النقطة الاولى والثانية بقوله : « فاما المنفعة في التحليل فهي واضحة بينة ، وذلك ان بالتحليل يستخرج جميع المطلوبات في هذه الصناعة ، ثم بعد ذلك فالتحليل يوقفك على شيء شيء مما قيل اعني صنف المسألة وما يحتاج اليه فيها » (٤٨) .

46 Frege, G., Grundgesetze der Arithmetik Vol. I p: VII
[Wissenschaftliche Buchgesellschaft Darmstadt]

(٤٧) مقالة في طريق التحليل والتركيب ص ٤٧ .

(٤٨) المصدر نفسه : ص ٦٠

ثالثاً : يتيح التحليل مراجعة الحل بسهولة للتأكد من النتائج التي توصلنا إليها ، وهذا امر محمود بالنسبة لطريق التركيب كذلك ، لان التركيب كما سنجد هو معكوس التحليل ، اذ نبدأ فيه من حيث انتهى التحليل ، وقد اجمل الحراني مراجعة الحل بالتحليل بعبارات واضحة بقوله : « واذا انتهيت الى آخر التحليل فانظر الآن ان كنت قد تأديت الى حق فقل ان ما انتهيت اليه حق ، وان كان محالاً فقل انه محال ، وان كان يحتاج الى شريطة او كان سيالاً او غير ذلك مما قد تقدم تقسيمه فخبّر بما انتهيت اليه ، واذكر ما ينبغي ان يكون فيه من شريطة على ما ذكرناه مما قيل من احد الشريطة بالقرب من مفروضات المسألة لتعلم ان امر المسألة يتعلق بشريطة ، والا فمتى اخذت الشريطة بالبعد من مفروضات المسألة كان في ذلك ما تقدم القول فيه من العيوب ، ومع ذلك فقد يوهمك ما تعمله بالبعد من مفروضات المسألة كما قلنا فيما تقدم ان المسألة تحتاج الى شريطة وايست كذلك ولا تعمل من ذلك شيئاً الا بعد ان تطالب نفسك بان تحيط بالعلم بسببه والعلة فيه . فاذا اثبت على ذلك في قسم من اقسام المسألة ، فانك قد فرغت من التحليل » (٤٩) .

١١- والطريق الآخر في منطق الحراني لحل المسائل الهندسية ، البرهانية منها والانشائية او الاجرائية ، هو التركيب ، الذي يرى فيه الحراني طريقاً لا يختلف عن طريق التحليل الا من حيث انه يمثل حلاً معكوساً ، اذ نبدأ في التركيب من حيث انتهى التحليل ، فنبدأ بالاشياء التي نسلم بها او التي تم اكتساب مقدماتها بالتحليل ، فتكون بمثابة مقدمات ضرورية لاستنتاج ما بعدها ، وهكذا يسير الحل خطوة بعد اخرى حتى يصل الاستنتاج المطلوب ، وعندها يتحقق الهدف المنشود من الحل .

ولما كانت الصلة وثيقة بين التحليل والتركيب ، فان افضل اسلوب لعرض طريق التركيب يتمثل في الربط بين الاجراءين وبخطوات مشابهة لما عرضناه في طريق التحليل . واولى هذه الخطوات هي التأكيد على ان تحليل المسألة الى عناصرها من مفروضات أو مطلوبات وشروط ما هو الا اجراء ضروري بالنسبة للتحليل والتركيب معاً ، وان الافادة من هذه المعطيات في الحل شرط ضروري لا يمكن الاستغناء عنه في الحل بواسطة التركيب . واذا كان التحليل يشترط القسمة (قاعدة القسمة الاولى والثانية) ، فان التركيب يفيد من هذا الاجراء على اساس تركيب الاشياء من دون حذف اي عنصر اساس في المسألة عند الشروع بايجاد الحل .

قاعدة الاحاطة الاولى (٥٠) .

يجب على المرء ان اراد تركيب المسألة بعد تحليلها بالطريق الذي يوجبه التحليل ، ان يقوم بحصر جميع عناصر المسألة ، وينظر فيها مطالباً نفسه بالتركيب شريطة ان لا يفوته اي شيء . وبعبارة الحراني نفسه : « ركب وانظر ما يوجبه التركيب لثلا يكون شذ عليك في التحليل شيء من الاشياء حتى لا يفوتك شيء مما في المسألة » (٥١) .

واذا كان التحليل يطلعنا على نوع المسألة وصنفها ، فمن الضروري تثبيت القرار بعد التحليل ان كانت المسألة تخرج او لا تخرج ، او كان الحل محتاجاً الى شريطة وغير ذلك ، لان مثل هذا القرار مهم بالنسبة لطريق التركيب ، اذا فان القاعدة الثانية لا بد أن تأخذ بنظر الاعتبار ما انتهى اليه التحليل .

قاعدة الاحاطة الثانية :

يجب على المرء ان يدرك بطريق التحليل نوع المسألة او صنفها

(٥٠) اخترت هذه التسمية « الاحاطة » لانها تشير بحق الى الاخذ بمجامع المسألة علماً بان هذه التسمية ليست للحراني .

(٥١) مقالة في طريق التحليل والتركيب ص ٥٩

منطق الحراني في التحليل والتركيب

وفيما اذا كانت من المسائل التي تخرج او التي لا تخرج ، وإن كانت بشرطة او استثناء وان كانت من المسائل المطلقة او السالبة او المحالة او غيرها ، وذلك لان طريق التركيب اجراء يعتمد على هذه النتائج المستخلصة بطريق التحليل .

ويربط الحراني من جديد بين طريق التحليل وطريق التركيب في قاعدة التركيب لايمانه ان لا فرق بين التحليل والتركيب ، فالتركيب يبدأ من حيث انتهى اليه التحليل ، فيكون اول التحليل آخر التركيب .

قاعدة التركيب الاولى :

« واذا قد عملت التحليل كيف هو فتركيب ذلك هو ان تنظر الشيء الذي به خرجت المسألة ، فان كان لك من اول وهلة معادلة ، فارجع في الاشياء التي كانت قبله في التحليل واحداً الى ان ينتهي الى اول التحليل ، فيكون اول التحليل آخر التركيب ، وكان التركيب هو التحليل مقلوباً » (٥٢) .

قاعدة التركيب الثانية : —

« وان لم يكن لك منذ اول وهلة فانظر بما صار لك في التحليل معلوماً ، فان كان بشي موضوع لك في المسألة ، والا نظرت ايضاً بما عملت ذلك ولا تزال حتى تنظر اي شيء كان لك معلوماً فاستخرجت به شيئاً شبيهاً ، ولا تزال تستخرج تلك الاشياء واحداً واحداً الى ان تنتهي الى آخرها ، فاذا انتهيت الى الشيء الذي به خرجت المسألة واستخرجت قوم اقامة البرهان عليها بان تبتدى بآخر ما عملته وهو ما كانت المسألة خرجت به في التحليل ثم اصعد في شيء شيء على الولاء تأخذ ما قبل كل شيء الى ان تنتهي

الى اول التحليل الذي هو آخر التركيب على توال ونظام مخالف لتوالي التحليل ونظامه ولا تخطيء شيئاً (٥٣) .

ينطوي منطوق القاعدة الاولى والقاعدة الثانية على عدة شروط على الرغم من ان القاعدة الثانية تزيد في حقيقة الثبوت من البرهان بالتحليل عندما لا يكون الطريق مستقيماً او ظاهراً من اول وهلة . ويمكن اجمال هذه الشروط كما يأتي : -

الشرط الاول : ينبغي الافادة من عناصر المسألة التي خرجت بالتحليل ، بان يكون المفروض والمطلوب واضحاً ، وان يسير الحل عكس طريق التحليل فنبدأ بالمفروضات والاشياء التي نسلم بها ونستنتج منها وبخطوات متتابعة حتى نصل الى استنباط المطلوب .

الشرط الثاني : ينبغي ان يكون حل المسألة بطريق التركيب غير مخالف لحل المسألة بطريق التحليل ، الا من حيث ان اول التحليل هو آخر التركيب على توال ونظام مخالف لتوالي التحليل ونظامه .

الشرط الثالث : ينبغي ان نبدأ بالتركيب من حيث انتهى اليه التحليل ، وذلك بترتيب منطقي ، حيث نبدأ مما سبق معرفته ونستنتج الخطوة التي سبقتها ، وهكذا صعوداً تأخذ ما قبل كل شيء الى ان تنتهي الى اول التحليل وهو آخر التركيب .

وقد حذر الحارثي في اكثر من موضوع في كتابه من المبالغة في اختصار البرهان وعدم ذكر جميع الخطوات ، كما اشار الى ان الاختلاف الذي قد يبدو في البرهان بين التحليل والتركيب انما مرده الاختصار او ذكر اشياء ليست ضرورية . وفي ذلك يقول الحارثي صراحة : « وقد ينبغي ان يعلم ان بعضاً يطعن على هذا الطريق ويقول انهم اذا ركبوا ظهر في التركيب ما لم يكن في التحليل ذكر ، بل انما سبيل التحليل والتركيب ان يكون الكلام فيهما واحداً لا خلاف فيه وان

الخلاف بين التحليل والتركيب انما هو في الترتيب فقط بان هذا كانه ذاك معلوماً » (٥٤) .

والكي يبدو فضل الحراني في باب التركيب وسعة معلوماته ودقته في الاجراء والبرهان ، نورد ما ورد على لسان بابوس بشأن التركيب فيقول : « ولكن في التركيب نسير على العكس ، حيث نسام بما تم فعلاً للشيء الأخير الذي توصلنا اليه في التحليل ، وعن طريق ترتيب الاشياء حسب النظام الطبيعي كنتائج او لواحق للتي كانت سوابق قبلاً ، ثم يربط بعضها ببعض على التوالي ، وهذا هو ما نطلق عليه التركيب » (٥٥) .

١٢- يتضح لنا الآن مدى الاتفاق بين بابوس والحراني بصدد طريق التركيب ، ويظهر لنا في الوقت نفسه اهتمام الحراني بالتفاصيل وبالكيفية الدقيقة التي يجب ان يكون عليها طريق التركيب سواء من خلال ما يشته من اقوال او ما يورده من امثلة هندسية متنوعة يوضح فيها كيفية تطبيق القواعد والالتزام بالشروط والتوجيهات العامة . وقاعدة اجراء الحل بالتركيب تبين بوضوح تام حرص الحراني على تتبع الخطوات العملية وصولاً الى الحل الذي هو غاية الطريق .

قاعدة اجراء الحل بالتركيب :

« فاذا استتمت هذه الاشياء فينبغي ان تبتدي بتركيب ما حلته ، فانظر اولاً لا تركب شيئاً انتهى بك التحايل فيه الى ما يبطل المطلوب اعني لا تركب مسألة قد وضح لك من تحليلها انها محال ، وكذلك في اقسام المسائل ، ولكن انظر كل ما سوى المحال فركبه حقاً مطلقاً فقد ينبغي ان تركبه بلا استثناء ، وان كان حقاً باستثناء فليكن تركيبك اياه هكذا ، تذكر الشريطة ثم تقول فيها اما ان يكون ذلك

موجوداً في هذه المسألة او لا يكون موجوداً ، فان كان موجوداً
فتفعل كذا وتصنع كذا وتركب الى ان ينتهي الى آخر التركيب
وهو اول التحليل « (٥٦) .

يقصد الحراني بقوله : « فاذا استتمت هذه الأشياء » ما قد سلف ان بينه ،
وهو ما انتهى اليه التحليل ابتداءً بالمفروضات والشروط ومعرفة نوع المسألة او صنفها
وأقسام المسألة ، وانتهاءً بالحل . وبعد ذلك يأتي دور التركيب واجراء الحل بواسطته ،
فاذا كانت المسألة محالاً ان تخرج ، وعرفنا ذلك عن طريق التحليل ، فمسن
الضروري ان نهمل حلها بالتركيب ، اذ لا يمكن تركيبها . ويلزم الحراني في
القاعدة السابقة ان نعرف اي صنف من اصناف المسائل التي نريد تركيبها ،
هل هي مسألة صحيحة مطلقة ؟ هل هي مسألة سيالة ؟ هل هي مسألة محدودة ؟
هل هي مسألة مبهمة ؟ وغير ذلك ، ولا يتم لنا معرفة ذلك الا عن طريق التحليل ،
وبصورة عامة فان المسألة تكون اما صحيحة على الاطلاق وعندئذ يمكن تركيبها
بسهولة ، او تكون بزيادة شريطة او بنقصان شريطة ، وفي الحالتين يجب رد
المسألة الى صنف المسائل الصحيحة على الاطلاق ان كانت بعد الرد من المسائل
التي تخرج ، والا كانت من المسائل المستحيلة التي لا يمكن تركيبها . وتلزم
الضرورة في جميع الاحوال عند اجراء الحل بطريق التركيب ان يذكر الاستثناء
او الشريطة ، ثم يجري الحل بعكس طريق التحليل .

اما الارشادات التي تقترن في العادة باجراءات الحل ، فانها واحدة سواء كانت
الارشادات لحل المسائل بطريق التحليل هي ذاتها بالنسبة لطريق التركيب مع
مراعاة طريق التركيب وما يستوجبه من ضرورة البدء بالمقدمات واستنتاج المطلوب

١٣- وارب سائل يطرح علينا السؤال الآتي : -

هل هناك من صلة بين منطق الحراني في التحليل والتركيب ، ومنطق ارسطو ؟

منطق الحراني في التحليل والتركيب

والاجابة على هذا السؤال يجدر بنا ان نبقي في دائرة تفكير الحراني ومنطقه ، وان نغرز الاجابة بمقارنة دقيقة مع اصول ومبادئ منطق ارسطو .

لقد شغل الفكر اليوناني بالبرهان لاثبات صدق مسألة هندسية او حسابية ، وان استعراضاً بسيطاً لكتاب اقليدس المعروف بالاصول او المبادئ يشير بما لا يقبل الشك بان التعريفات للحدود الهندسية والبديهيات والمصادرات هي المقدمات الضرورية لحل المسائل الهندسية وذلك على اساس صدق هذه المقدمات الضرورية وصدق ما ينتج عنها بالضرورة . ومن الواضح ان يتجه التفكير الرياضي صوب اسلوب الحل ، فهل يبدأ بالمقدمات التي قد تكون تعريفات او مصادرات او بديهيات أو مبرهنات سبق البرهان عليها واستنتاج المطلوب منها بخطوات منطقية متلازمة ؟ او هل يبدأ بالمطلوب ويسير عكس الطريق السابق وصولاً الى المقدمات ؟

ان الطريقتين صحيحان من الوجهة المنطقية ، ولكن ذلك لا يكفي ، لان الممارسة العلمية للبرهان اثبتت وجود عقبات ومشكلات ليس من السهل حلها بمجرد الاشارة الى طبيعة البرهان ونوعيته ، بل تحتاج الى دراسة وتتبع اكل طريقة ، وادراك واضح للصعوبات والمشكلات . وكانت غاية الحراني ، كما ظهر لنا مما سبق تحليله ودراسته ، في تتبع الاجراءات بطريق التحليل وطريق التركيب تشير الى اهتمامه بدراسة خطوات الحل والصعوبات التي تعترض الحل بالانشاء او البرهان ، وإلى ضرورة تلافي الاخطاء التي يقع فيها المهندسون والمتعلمون لعلم الهندسة بالاضافة الى ما قد ينتج من اهمال للشروط وعدم الالتزام بالمحاذير ، وتأثير ذلك على البرهان ذاته .

وفي ضوء ما قد تم انجازه من دراسة دقيقة لطريق التحليل والتركيب ، وما يرافق الطريقتين من شروط وارشادات ، نحاول الآن عرض النتائج بالاسلوب الرمزي قبل اجراء مقارنة مع منطق ارسطو :

اولاً: استهدف تحليل المسألة معرفة صنفها ، وما تحتويه من مفروضات

وشروط ومطلوبات ، والافادة من هذه العناصر عند اجراء الحل سواء كان بطريق التحليل او بطريق التركيب .

نرمز للمطلوب في المسألة بالرمز (م) ونرمز الى مجموعة المفروضات بالصيغة الآتية [١ ان] ، ونرمز الى مجموعة الشروط بالصيغة الآتية [ب بن] .

ثانياً : يشترط طريق التحليل ان نبدأ بالمطلوب مع الافادة من المفروضات والشروط في المسألة ، ونسير بخطوات منطقية متلازمة ، فلا نتقل الى طلب المقدمات او المسلمات الا بعد ان نتأكد من ان الخطوة صحيحة منطقياً ، وان القضية صادقة وما ينتج عنها صادق ، بمعنى : اذا كانت القضية ق صادقة ، فمن الضروري ان تكون القضية ل صادقة ، وان نتأكد بان كل قضية في السلسلة الاستنتاجية صادقة .

ثالثاً : يشترط طريق التركيب ان نبدأ عكس طريق التحليل فنبدأ بالمقدمات مع الافادة من المفروضات والشروط في المسألة ، ونسير بخطوات منطقية متلازمة ، فلا نتقل الى ما يلزم عن المقدمات الا على اساس ان النتائج صادقة بالضرورة استناداً الى صدق المقدمات ، بمعنى : اذا كانت ل صادقة ، فمن الضروري ان تكون ق صادقة . وهذا معناه كذلك : ان الصلة بين التحليل والتركيب وثيقة وان الخلاف بينهما في الترتيب فقط . فكل خطوة في السلسلة الاستنتاجية لطريقة التحليل يجب ان تكون معكوسة في التركيب ، فاذا قلنا في التحليل : اذا كانت ق صادقة فان ل صادقة ، فيجب علينا التأكد من ان كل قضية هي لاحقة او نتيجة ضرورية لآخرى ، بحيث ان صدق ق يعتمد كذلك على صدق ل ، بمعنى : ان صدق ق ينبع تماماً من صدق ل . رابعاً : نرمز الى الاستنتاج او الاشتقاق بالرمز \leftarrow ، ونرمز الى المقدمات بالصيغة الآتية [لك كن] ، ونرمز الى رابطة العطف « و »

منطق الحرائي في التحليل والتركيب

بالرمز ٨ لتقوم بعملية الربط المنطقي. وبذلك نستطيع التعبير عن حل
المسألة بطريق التحليل بالصيغة الآتية : -

كما نستطيع التعبير عن حل المسألة بطريقة التركيب بالصيغة
الآتية : -

$$\frac{\{ \text{أ} \dots \text{ب} \}}{\text{ب} \dots \text{ب}} \text{ ٨ } \{ \text{أ} \dots \text{ب} \} \leftarrow \text{ص}$$

واللتبسط ينتجني منه المفروضات والشروط لاشتراكهما في
الطريقة صاً ، فنظهر التحليل عكس التركيب موضحاً .

ص ← { أ ب } طريقة التحليل
{ أ ب } ← ص طريقة التركيب

١٤- ان الطريقة التي يطلق عليها علماء الرياضيات اسم « طريق التحليل »
هي ولاشك الطريقة التي سبق ان ثبت ارسطو اصولها في منطق النظرية القياسية ،
والتي تعرف بطريقة الرد Reduction ^(٥٧) . وتقوم الطريقة على اساس قسمة
الاقيسة الصحيحة الى قسمين : قسم يضم الاقيسة الكاملة Perfect Syllogisms
وقسم آخر يضم الاقيسة الناقصة Imperfect Syllogisms حيث تكون الاولى ،

(٥٧) انظر كتاب « نظرية ارسطو المنطقية » تأليف د . ياسين خليل (بغداد ١٩٦٤)

ان ما ورد من صيغ رمزية تعبر عن برهان ارسطو بالرد لقياس cesare فالحرف أ
يشير الى متغير ، وكذلك الحرف ح ، اما الحرف ب فيشير الى الحد الاوسط ، وهو مشترك
في المقدمتين ، ويشير الرمز (A) الى الكلي الموجب ، ويشير الرمز (E) الكلي السالب
اما الرمز (٨) فيشير الى رابطة العطف ، ويشير الرمز ← الى الشرطية .

بمثابة مقدمات ضرورية او مبادي اساسية نسلم بصحتها ولا تحتاج الى برهان، بينما تكون الثانية مبرهنات تحتاج لاثبات صدقها الى برهان، وذلك بردها الى الاقيسة الكاملة . ولتوضيح ما نذهب اليه نأخذ مثالا منطقياً بأسلوب التدوين الرمزي : —
مثال :

رد قياس Cesare الى قياس Celarent

الحل :

قياس Cesare من الاقيسة الناقصة وهو المطلوب ، فالخطوة الاولى هي ان
نطرح هذا القياس في بداية الحل ، وصيغته المنطقية كما يأتي : —

$$A \supset B \quad E \supset A \quad \leftarrow$$

ثم نرد هذا القياس الناقص Cesare الى القياس الكامل Celarent ، وذلك
بتطبيق القاعدة الاستنتاجية الآتية : —

$$E \supset B \quad \leftarrow B \supset A$$

فنحصل على قياس Celarent بالاستبدال

$$A \supset B \quad E \supset A \quad \leftarrow \quad \text{Celarent}$$

لقد أدرك الحرائي بوضوح تطابق طريقة ارسطو المنطقية في رد الاقيسة مع
طريقة التحليل ، وفضل ارسطو في تحليل العلم الرياضي وشروطه ، فقال :
« وذلك ان التحليل التماس وجود المقدمات التي ينتج منها المطلوب على ان
يكرن فيها حد اوسط ، بين ان المحلل اذا انتهى الى غايته في التحليل فقد وجد
التحليل المقدمات ، وعمل ما يسميه ارسطو طاليس في كتاب اناطوطيقا اكتساب
المقدمات » (٥٨) .

فالتحليل كطريقة في العمل والبرهان تبدأ بالمطلوب ثم تسير خطوة بعد خطوة
نحو المقدمات التي ينتج منها المطلوب ، ويتوقف البرهان على اكتساب المقدمات
التي نسلم بصدقها او التي سبق البرهان على صدقها من المبرهنات .

(٥٨) مقالة في طريق التحليل والتركيب ص ٩١ - ٩٢

منطق الحراني في التحليل والتركيب

وأفاد الحراني من منطق ارسطو وتحليلاته الدقيقة في التحليل والتركيب ، وقد اوجز ذلك بقوله : « وإذا وجدت في التحليل المقدمات فحدودها لا محالة عنده موجودة معلومة مشار اليها . ففي التحليل ينبغي ان يذكر الحدود ويسار اليها ، واما التركيب فليس فيه استخراج الحدود ولا المقدمات ، وانما فيه تأليف تلك المقدمات »^(٥٩) وقد ادرك الحراني النظرية القياسية لارسطو وما تقتضيه من استدلالات مترتبة على المقدمات وما ينتج منها ، كما التزم في دراسته للتحليل والتركيب بضرورة الموافقة بينهما جرياً على ما التزم به صاحب المنطق ، وليس على ما جرى من عادة عند المهندسين الذين يسرفون في الاختصار ، فيظهر وكان التحليل لا يوافق التركيب واجمل الحراني موقفه بشكل دقيق من منطق ارسطو واعمال المهندسين في اقوال دالة على عمق في الفهم وادراك للصلة الوثيقة بين المنطق والعلوم البرهانية عامة والهندسة خاصة ، فيقول : « وانما وجدت في التحليل وحمل الحدود بعضها على بعض ، فاذن عند التركيب انما ينبغي ان نقر ما كان استنبطوا كتسب في التحليل من حدود المقدمات التي منها يؤلف القياس الذي ينتج المطلوب ، ونعمل على انها موجودة غير مفقودة ونقتصر في التركيب على نظم القياس فقط ونتنتج منه النتيجة ، الا ان هذا انما نعمل عند التحليل الصحيح الذي أومأنا اليه قبيل لا عند التحليل الذي جرت عادة المهندسين باستعماله مضمرأ فيه امر الحدود غير موجودة فيه شيء منها والحدود في قضايا الهندسة هي التي يستعملها المهندسون من الخط الفلاني والسطح الفلاني وغير ذلك ويحملون بعضها على بعض . فاما التحليل الذي يستعمله المهندسون فليس فيه تصريح شيء اكتسب ولا ايماء اليه ولا ذكر حدود المقدمات باعيان الحدود ، وانما اكثره مضمر غير ظاهر ، وليس هكذا تكتسب المقدمات »^(٦٠)

١٥- واخيراً لا بد لنا من اجراء تقويم عام لمنطق الحراني في التحليل والتركيب إنصافاً للرجل ولما انجزه هذا العالم العربي الكبير في ميدان من العلم لم يبرز فيه

(٥٩) المصدر نفسه : ص ٩٢

(٦٠) المصدر نفسه : ص ٩٢

في تاريخ العلم والفلسفة الا مجموعة قليلة من العلماء ، ولم يلق الاهتمام الكافي الا حديثاً . وانه لمن الانصاف ان نقول بان ابراهيم بن سنان الحراني رائد في هذا النوع من المنطق ، وان ابحاثه ومقالاته وكتبه تشير بوضوح الى ادراكه العميق لاهمية الطريقة في اكتشاف الحل عند مجابهة مسألة علمية سواء كانت هندسية او عددية او غير ذلك . فبالاضافة الى انجازه الكبير نجد فيه تواضع العلماء والمفكرين ، وهو السلوك الذي استمد قيمه من الاسلام العظيم ، ففي مستهل كتابه « مقالة في طريق التحليل والتركيب » يشير الى ادراكه للريادة العلمية في بحثه وحسن تواضعه ، فيقول : « وقد ينبغي لمن نظر في هذا الكتاب ان وجد فيه تقصيراً ان يعلم ان الانسان اذا ابتدأ بمعنى لم يكتر غيره الخوض فيه لم يخل من بعض التقصير ، لان العلوم انما تنمى وتزيد بان يبتدىء واحد من الناس شيئاً منها ثم يزيد من بعده فيه فيصححه ويقومه فقد يجب على من وقف على تقصير ان يقول فيه ما يوجب الحق وان يزيد ان اقتضى الامر زيادة او ينقص ، او يعمل لنفسه كتاباً في هذا المعنى يستوفي فيه الامر على حقه فيحوز الجمال لنفسه وشرف الاصابة له دون غيره . فاني ما اخلو من تقصير في كثير مما اعمله لاشغال تنقسمني وتعوقني عن المواظبة على هذه الاشياء وما اشبهها والله الموفق » (٦١) .

والحراني في مجموع ابحاثه ومؤلفاته يلتزم بالموضوعية وذكر من سبقه من العلماء عندما يأخذ عنهم . فشأنه في ذلك شأن العلماء العرب يشير بالفضل لمن سبقه في ميدان بحثه او لمن افاد منه واعتمد عليه ، فهو يذكر اقليدس وابولونيوس وثاوذوسيوس وارسطو في مقالاته وما اخذ عنهم ، ويذكر فضل ابولونيوس في التحليل والتركيب بقوله : « وجدت المهندسين في هذا العصر قد اغفلوا طريق ابولونيوس في التحليل والتركيب وسائر الاشياء التي ذكرتها واقتصر واعلى التحليل فقط

منطق الحراني في التحليل والتركيب

واختصروه حتي انهم صيروا التحليل الى ان يظن انه ليس تحليل التركيب الذي يركبونه . . . » (٦٢) .

وقد اثار استغرابي ان الحراني لم يذكر فضل بابوس في التحليل والتركيب ، والارجح انه لم يطلع على آثاره ، وان بعض معلوماته قد استقاها مباشرة من مؤلفات علماء الهندسة اليونان ، فكانت مقالاته بحق اول مقالة علمية دقيقة تناولت جميع اوجه منطق التحليل والتركيب ، وان سر تفوقها على ما عداها يكمن في معرفة الحراني الدقيقة بعلم الهندسة وطرق حل المسائل الهندسية .

ولكن الذي يثير في النفس استغراباً اكبر ان رينه ديكارت لم يذكر في « مقالة الطريقة Discourse on Method فضل من سبقه في طريق التحليل والتركيب ، ولكنه ذكر ما تعلمه في المنطق والتحليل الهندسي والجبر بالاضافة الى تعرفه على ما انجزه لولي Lully او ريمانندوس لولوس (١٢٣٥ - ١٣١٥) في الفن الكبير (٦٣) . واخيراً يرى ديكارت بان القواعد الاربعة التي توصل اليها كافية لحل المسائل الرياضية ، وتمثل الطريقة التي اهتمدى اليها من خلال امتحانه للعلم الرياضي . ولا أدري ان كانت اقواله هذه تقنع الباحث بانه لم يعرف التحليل والتركيب في مؤلفات علماء الرياضيات اليونان والعرب ، ولكني مقتنع بأن ما توصل اليه ديكارت لا يمثل الا التزر اليسير مما افاض به الحراني في مقالاته ، وان مقارنة بسيطة بينهما تشير الى سمو منزلة الحراني على ديكارت في منطق التحليل والتركيب ، وشمولية الفكر الرياضي المنهجي للحراني على محدودية الفكر الرياضي المنهجي لديكارت ، وفيما يلي بعض الواجه للمقارنة بين العالمين :—

(٦٢) اكتاب في حركات الشمس ص ٦٦

(٦٣) الفن الكبير طريقة ابتدعها لولوس بنية الحصول على جميع الحقائق اللاهوتية وان اهميتها تكمن في كونها طريقة خوارزمية Algorithm للحل

Bochenski M., Formale Logik p:318 - 320

[Verlag karl Alber Freiburg München 1956

اولاً : ان طريقة الحرائي اوسع بكثير من طريقة ديكارت ، فهي « اي طريقة الحرائي » تفصل القول في انواع المسائل او اصنافها وكيفية ردها الى المسائل الصحيحة على الاطلاق لتكون جاهزة للحل ، وتثبت مجموعة القواعد والشروط والارشادات وما ينبغي عملة لحل المسألة بالتحليل او بالتركيب والالتزام بضرورة منطقية منهجية هي توافق التحليل والتركيب اللهم الا اختلافهما من حيث الترتيب والنظام . فلقد ارشد الحرائي الى ضرورة استخدام القضايا الهندسية من بديهيات ومصادرات ومبرهنات لحل المسائل ، وبين ان التحليل هو قسمة واجراء حل ، وان التركيب يقوم على التحليل من دون حذف ، وانه اجراء حل بالاضافة الى ذلك . اما قواعد ديكارت فلا تشكل من منطق الحرائي الا جانباً بسيطاً ، فالقاعدة البديهية موجودة عند الحرائي ضمناً ، والقاعدة التحليلية لا تمثل الا قاعدة القسمة عند الحرائي ، والقاعدة التركيبية ليست الا وجهاً مبسطاً للقاعدة التركيبية عند الحرائي ، وقاعدة الاحصاء التام نجدها ملازمة لتفكير الحرائي في التحليل والتركيب وقد اكد عليها في منطقة (٦٤).

ثانياً : تشكل طريقة الحرائي منطقاً متكاملًا لحل المسائل الهندسية ، وقد توصل الى ضرورة ابرازه وتعليمه من خلال ممارساته الهندسية في حل المسائل ، واكتشافه ان هذه الطريقة لم تكن كاملة قبله ، ولم يدرك اهميتها الا عدد قليل من العلماء . اما طرق ديكارت فليست الا مقترحات تحتاج الى دعم بالشواهد ، وهي ناقصة ، لانها خالية من قواعد اجراء الحل ، بينما عمل الحرائي في مقالته ان تكون طريقته مشفوعة بالشواهد الهندسية بالاضافة الى تثبيته لقواعد اجراء الحل . وبذلك تتفوق طريقة

(٦٤) انظر القواعد الديكارتية في كتاب ديكارت مقالة الطريقة

R. Descartes, A Discourse on Method p: 15-16

[Everyman's Library. 570]

منطق الحراني في التحليل والتركيب

الحراني على طريقة ديكارت بدقتها من ناحية واسلوب استخدام القواعد عند القيام بالحل من ناحية اخرى .

ثالثاً : افاد الحراني من منطق ارسطو في كتابته للمقالة ، وادراك الصلة بين القياس والتركيب من جهة ، والرد والتحليل من جهة اخرى ، واشترط الحراني بالاضافة الى ذلك موافقة التحليل للتركيب منطقياً ، على الرغم من ظهورهما مختلفين عند المهندسين بسبب استخدامهم اسلوب الاختصار عند اجراء الحل . لذلك نجد الحراني يؤكد اهمية تسلسل الاستنتاجات من دون حذف ، وهذا معيار يضع الحراني في مصاف علماء المنطق في اكتشاف الحل والتعامل مع الاستدلال المنطقي . ولكننا اذا تفحصنا مقالة الطريقة لديكارت فاننا سنشعر بخيبة امل لعدم ادراكه لاهمية المنطق في الرياضيات من جهة ، وانشغاله بامور لا تمت بصلة للطريقة من جهة اخرى .

تتجلى قيمة منطق التحليل والتركيب في امكانية تطبيقه في سائر العلوم اضافة الى اهميته في التربية واصول تدريس العلوم ، ولقد افساد فلاسفة اوربا وعلمائهم من هذا المنطق في حل المسائل العلمية ، سواء كانت على هيئة تعليمية او بداعية ، كما اصبح حجر الزاوية في اختيار افضل السبل لعرض الكتب العلمية التعليمية بصورة سهلة ومقبولة لذهن الطالب والمتعلم . وتوسع هذا المنطق بصورة كبيرة في العصر الحديث ، بحيث يمكن القول انه مامن علم الا يستخدم طريقة معينة لحل المسائل او المشكلات التي تعترضه ولم تعد طريقة التحليل والتركيب الا النموذج الجيد في العلوم المضبوطة النظرية ، وابتدعت طرق اخرى مختلفة ، فالتدوين الرمزي والتعريف وفحص الوحدات الفيزيائية او غيرها والتثبت من صحة الحل او خطئه ، وكيفية اكتشاف الحل وغير ذلك ، اساليب جديدة ابتدعها الانسان باتجاه حل المسائل العلمية .

ولقد بذلت محاولة عامة من اجل تصنيف المشكلات في الوقت الحاضر ،
فكانت ثلاثة اصناف : مشكلات مدرسية ومشكلات برهانية ومشكلات البحث
العلمي ، وكانت الغاية من ذلك التعرف على نوع المشكلة واسلوب حلها ، ولعل
هذه المحاولة اول خطوة على طريق بناء منطق حل المشكلات بشكل كامل ،
منطلقين من محاولة الحراي وما انجزه العلم الحديث من دراسات في هذا الميدان^(١٥)



(١٥) د . ياسين خليل ؛ منطق البحث العلمي الفصل الخامس من القسم الاول
(الطبعة الاولى ؛ ايلول ١٩٧٤) .